

バーチャルインターフェログラムを用いた フーリエ変換法の位相解析誤差軽減方法[†]

鳥羽英光, 劉 志強, 宇田川里織, 藤原直樹, 中山 繁, 玄間隆志, 武田光夫

Virtual interferogram-based method for Fourier transform-based phase analysis

Hidemitsu TOBA, Zhiqiang LIU, Saori UDAGAWA, Naoki FUJIWARA, Shigeru NAKAYAMA, Takeshi GEMMA and Mitsuo TAKEDA

干渉計などの縞解析のためのフーリエ変換法 (FTM) で現れる位相誤差を低減するための新しい手法を提案する。レンズ面の円形の有効径を全面で一括測定する等の場合には、干渉縞のある領域の端で強度分布が不連続になるために、FTM 法で得られた位相にリップル誤差が発生する。このリップル状の位相誤差は、Zernike 多項式のような低次多項式でモデル化できるような位相、振幅、バックグラウンドの緩やかな形状が影響している。このことから、近似的な位相・振幅・バックグラウンドを持つ縞モデルから作成したバーチャルインターフェログラムを解析することでリップル誤差を推定し補正することができる。このバーチャルインターフェログラムを用いた方法は、初期の大まかな推測から始めて、反復的なアルゴリズムによって逐次的に改良することもできる。提案した手法によって効果的にリップル誤差を軽減できることをシミュレーションと実験で確かめた。

We propose a novel method to reduce artefactual phase errors inherent to the Fourier transform method (FTM) in fringe analysis. If the effective diameter of the circular lens is measured over the entire surface, the fringe image data exhibits a discontinuous intensity distribution at the edge of the effective diameter. Phases obtained from such fringes via FTM have been observed to exhibit ripple errors at the boundaries of fringe patterns. Further, such artefactual phase errors have been found to possess certain systematic relations to the form of the phase, amplitude, and background intensity distributions, which can be modeled using low-order polynomials, such as Zernike polynomials, in practical scenarios. Based on this observation, we estimate systematic ripple errors in FTM-generated phases by analyzing a virtual interferogram that is numerically created for fringe models with known phase, amplitude, and background intensity distributions. Beginning with a rough initial estimate, the virtual interferogram is sequentially improved via an iterative algorithm, and the estimated errors are finally subtracted from the experimental data. Moreover, we present the results of simulations and experiments that demonstrate the validity of the proposed method.

Key words 縞解析, 干渉計, シングルショット計測
fringe analysis, interferometer, single-shot measurement

1 はじめに

高精度の光学系で用いられるレンズの面形状の評価やレンズの結像性能を決める波面収差の評価にはよく干渉計が用いられる。干渉計で得られる干渉縞から位相情報を抽出することで精度の高いレンズ面形状分布、波面の情報が得られる。干渉縞から位相を計算する方法はいろいろと提案されているが、中でも位相シフト法 (PSI)¹⁾ とフーリエ変換法 (FTM)²⁾ の2つがとてよく知られておりいろいろとところで使われている。PSIで位相を求めるためには正確に位相シフトした縞画像が少なくとも3つ必要である。

しかしながら、振動などの外乱がある環境での測定では位相シフト量が乱されるため誤差が生じる。また、複数枚の画像を取得する間に静止していることが仮定されているため、運動する物体の測定には適していない。これらの欠点を克服するために、複数台のカメラを用いたり、画素化された偏光カメラを用いたりして、一度に複数ステップに相当する縞画像を取得する工夫がある³⁾。

一方、FTMは縞画像1つで位相の計算ができるため、動いているものの測定や、振動の大きい環境での測定に適している。しかしFTMで得られる位相分布にはリップル上の大きい誤差が計算領域の端に存在するため、細かい形状

[†] 本稿は引用文献8)を基に日本語化し、シミュレーション結果にGerchberg-Saxton反復法との比較を加えたものである。

を有効径の端まできちんと見たいような高精度な測定には向かない。これはフーリエ空間でフィルタリング操作を行うFTM特有の誤差である。レンズ面等、計測で得られた干渉縞は多くの場合円形などの限られた領域であるため、これをフーリエ変換した時の空間キャリア周波数に含まれる必要な情報の一部が、FTMで使用するスペクトルを抽出するためのフィルタウィンドウからはみ出してしまうことになる。このスペクトルがはみ出すことが、実空間上の縞がある領域のエッジ付近で位相分布にリップル誤差を生じる原因である。これらの誤差を減らす手法としてこれまで提案されている方法としては、ハニング窓関数等を適用する方法²⁾⁴⁾、縞のない領域をダミーの縞で埋める方法⁵⁾、それにGerchberg-Saxtonの反復法を用いる方法⁶⁾がある。ハニング窓やハミング窓のような典型的なベル型の窓関数を用いることでリップル誤差を低減することができる。ただし、これらの関数は伝達関数と等価であり、情報の一部を減衰させる。したがって、高い空間周波数の情報が重要な測定の場合には利用すべきではない。一方、縞のない領域をダミーの縞で埋める方法は、干渉縞のバックグラウンド(DC成分)と干渉縞のエンベロープがほぼ一定であることが必要である。そこで我々はバーチャルインターフェログラム法(VIM)と呼ばれる別の手法を提案する。この手法は矩形窓を使用するため、フィルタ窓内の情報を損なう事がなく、また、DC成分と干渉縞のエンベロープを事前に一定にする必要がない。

2 フーリエ変換法

先ず、ここで通常のFTMの計算方法を復習する。

大きなチルトの存在する干渉縞分布は

$$\begin{aligned} I(x,y) &= a(x,y) + b(x,y)\cos[\phi(x,y)] \\ \phi(x,y) &= 2\pi(f_x x + f_y y) + \phi_0(x,y) \end{aligned} \quad (1)$$

と書ける。ここで我々が求めたいものは $\phi_0(x,y)$ の分布である。また、 $a(x,y)$ 、 $b(x,y)$ は強度分布のDC成分と干渉縞のエンベロープで緩やかな成分の関数である。 (f_x, f_y) はキャリア周波数と呼ばれ、FTMで解析しやすいように干渉縞の測定光と参照光の波面の相対チルト量で調整できる量である。式(1)は

$$\begin{aligned} I(x,y) &= a(x,y) + \frac{b(x,y)}{2} \exp[i\phi(x,y)] \\ &\quad + \frac{b(x,y)}{2} \exp[-i\phi(x,y)] \end{aligned}$$

と変形できる。この干渉縞をフーリエ変換するとそれぞれの項が、0次、+1次、および-1次の3つのスペクトル成分として分離して現れる。第一項が0次のスペクトルとなり原点の周辺に、第二項が+1次のスペクトルとなりキャリア周波数 (f_x, f_y) の周辺に存在する。

以下、0次を抜き出すフィルタ演算を \mathcal{F}_0 、+1次を抜き出すフィルタ演算を \mathcal{F}_{+1} と書くことにする。これらのフィル

タ操作は、ある干渉縞に対してフーリエ変換、矩形窓によって0次若しくは+1次のスペクトル成分を抽出、逆フーリエ変換という3つの演算をまとめたものである。このフィルタ \mathcal{F}_{+1} を用いると位相を

$$\phi_{\text{FTM}}(x,y) = \arctan \left[\frac{\text{Im} \left[\mathcal{F}_{+1} \left[I(x,y) \right] \right]}{\text{Re} \left[\mathcal{F}_{+1} \left[I(x,y) \right] \right]} \right] \quad (2)$$

と計算できることが分かる。これがFTMで求められる位相である。

通常のFTMでは特に計算する必要はないが、DC成分 $a(x,y)$ と干渉縞のエンベロープ $b(x,y)$ も計算できて

$$\begin{aligned} a_{\text{FTM}}(x,y) &= \text{Re} \left[\mathcal{F}_0 \left[I(x,y) \right] \right] \\ b_{\text{FTM}}(x,y) &= 2 \left| \mathcal{F}_{+1} \left[I(x,y) \right] \right| \end{aligned} \quad (3)$$

である。

3 バーチャルインターフェログラム法

バーチャルインターフェログラム法のアイデアを述べる。干渉計で測定される光学レンズの表面は通常滑らかで緩やかな形状(多項式で表した時に低次成分で表せる形状)をしている。この形状がエッジでは不連続になるためにリップル誤差が発生することに注目する。ここで、式(1)の $a(x,y)$ 、 $b(x,y)$ と $\phi(x,y)$ の低次成分の分布がおおよそ分かっていると仮定する。その近似値を縞モデルのパラメータとして使用して仮想的な干渉縞(バーチャルインターフェログラム)を作成する。バーチャルインターフェログラムは

$$\begin{aligned} I_{\text{VIRTUAL}}(x,y) &= a_{\text{MODEL}}(x,y) \\ &\quad + b_{\text{MODEL}}(x,y)\cos(\phi_{\text{MODEL}}(x,y)) \end{aligned} \quad (4)$$

と書ける。この式(4)は式(1)と同じ形をしており、式(2)(3)の計算と同様にDC成分、エンベロープ、位相を求めることができる。

$$\begin{aligned} a_{\text{FTM-MODEL}}(x,y) &= \text{Re} \left[\mathcal{F}_0 \left[I_{\text{VIRTUAL}}(x,y) \right] \right] \\ b_{\text{FTM-MODEL}}(x,y) &= 2 \left| \mathcal{F}_{+1} \left[I_{\text{VIRTUAL}}(x,y) \right] \right| \\ \phi_{\text{FTM-MODEL}}(x,y) &= \arctan \left[\frac{\text{Im} \left[\mathcal{F}_{+1} \left[I_{\text{VIRTUAL}}(x,y) \right] \right]}{\text{Re} \left[\mathcal{F}_{+1} \left[I_{\text{VIRTUAL}}(x,y) \right] \right]} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

いま、モデル $a_{\text{MODEL}}(x,y)$ 、 $b_{\text{MODEL}}(x,y)$ と $\phi_{\text{MODEL}}(x,y)$ の分布が分かっているので、式(5)のFTMの計算で生じる誤差 $\Delta a(x,y)$ 、 $\Delta b(x,y)$ と $\Delta \phi(x,y)$ を次のように計算できる

$$\begin{aligned} \Delta a(x,y) &= a_{\text{FTM-MODEL}}(x,y) - a_{\text{MODEL}}(x,y) \\ \Delta b(x,y) &= b_{\text{FTM-MODEL}}(x,y) - b_{\text{MODEL}}(x,y) \\ \Delta \phi(x,y) &= \phi_{\text{FTM-MODEL}}(x,y) - \phi_{\text{MODEL}}(x,y) \end{aligned} \quad (6)$$

これが実際の誤差を近似しているのので、実際の縞画像のFTM計算結果(2)、(3)からこのバーチャルインターフェログラムのFTM計算から得られた誤差(6)を引くことで、

リップル誤差を補正できる。式で書くと

$$\begin{aligned} a_{\text{CORR}}(x, y) &= a_{\text{FTM}}(x, y) - \Delta a(x, y) \\ b_{\text{CORR}}(x, y) &= b_{\text{FTM}}(x, y) - \Delta b(x, y) \\ \phi_{\text{CORR}}(x, y) &= \phi_{\text{FTM}}(x, y) - \Delta \phi(x, y) \end{aligned} \quad (7)$$

が補正された測定結果である。

それでは式 (4) で用いる低次成分の $a_{\text{MODEL}}(x, y)$, $b_{\text{MODEL}}(x, y)$ と $\phi_{\text{MODEL}}(x, y)$ をどのように推測できるだろうか？

色々な方法が考えられると思うが、従来の FTM の結果を利用する方法を考える。従来の FTM で得られた実験結果 (式 (2), (3)) は、取り除きたいリップル誤差が存在するために直接利用することはできない。しかしながら被検面の形状や干渉計で使用する測定光、参照光の光量分布が滑らかであるという事前知識を利用すれば、一度従来の FTM で計算した結果を低次の多項式でフィッティングし、そのフィッティング成分を式 (4) の $a_{\text{MODEL}}(x, y)$, $b_{\text{MODEL}}(x, y)$ と $\phi_{\text{MODEL}}(x, y)$ として使うことができる。レンズ等の計測では有効径が円であるためフィッティング関数として Zernike 多項式⁷⁾ が使える。ここで、式 (7) 計算後に得られる結果は Zernike 多項式で表せられる量でないことを指摘しておく。バーチャルインターフェログラム法では、 \mathcal{F}_{+1} で使用した矩形窓内全ての空間周波数を減衰させずに用いているため、フィッティングされた Zernike で表現される形状よりも細かい成分のプロファイルを取得できる。

以上がバーチャルインターフェログラム法のアイデアである。

このバーチャルインターフェログラム法の計算結果を再度 Zernike 多項式でフィッティングし、これを新たなモデルとして利用すると、より良いバーチャルインターフェログラムのモデル $a_{\text{MODEL}}(x, y)$, $b_{\text{MODEL}}(x, y)$ と $\phi_{\text{MODEL}}(x, y)$ を与えることになるだろう。そこでバーチャルインターフェログラムのモデルを更新して繰り返し計算するとにより、よりリップル誤差を軽減することができることが期待できる。このように繰り返しモデルを更新する方法を反復バーチャルインターフェログラム法 (反復 VIM) と呼ぶことにする。具体的な手順は

1. 干渉計で取得した干渉縞画像 $I(x, y)$ の干渉縞のない領域をゼロ等の定数で埋める。
2. $I(x, y)$ から通常の FTM (式 (2)-(3)) を計算して $a_{\text{FTM}}(x, y)$, $b_{\text{FTM}}(x, y)$ と $\phi_{\text{FTM}}(x, y)$ を求める。
3. 初回は $a_{\text{FTM}}(x, y)$, $b_{\text{FTM}}(x, y)$ と $\phi_{\text{FTM}}(x, y)$ を、2 ループ目以降はステップ 7 で計算した $a_{\text{CORR}}(x, y)$, $b_{\text{CORR}}(x, y)$ と $\phi_{\text{CORR}}(x, y)$ を Zernike 多項式でフィッティングし、そのフィッティング成分を $a_{\text{MODEL}}(x, y)$, $b_{\text{MODEL}}(x, y)$ と $\phi_{\text{MODEL}}(x, y)$ とする。
4. 式 (4) のようにバーチャルインターフェログラムを作成する。
5. $I_{\text{VIRTUAL}}(x, y)$ から式 (5) を用いて $a_{\text{FTM-MODEL}}(x, y)$,

$b_{\text{FTM-MODEL}}(x, y)$ と $\phi_{\text{FTM-MODEL}}(x, y)$ を計算する。ここで使うフィルタ \mathcal{F}_0 および \mathcal{F}_{+1} はステップ 2 で使用したものと同じものを用いる。

6. 式 (6) を用いて FTM 計算をバーチャルインターフェログラムに対して行った際に発生する誤差を計算する。
7. 式 (7) のようにステップ 6 で計算した誤差をステップ 2 で計算した結果から差し引いて誤差補正を行う。

$\phi_{\text{CORR}}(x, y)$ が収束するまでステップ 3-7 を繰り返す。収束した $\phi_{\text{CORR}}(x, y)$ が我々の求めたい位相分布となる。反復 VIM のアルゴリズムのフローを Fig. 1 に示す。

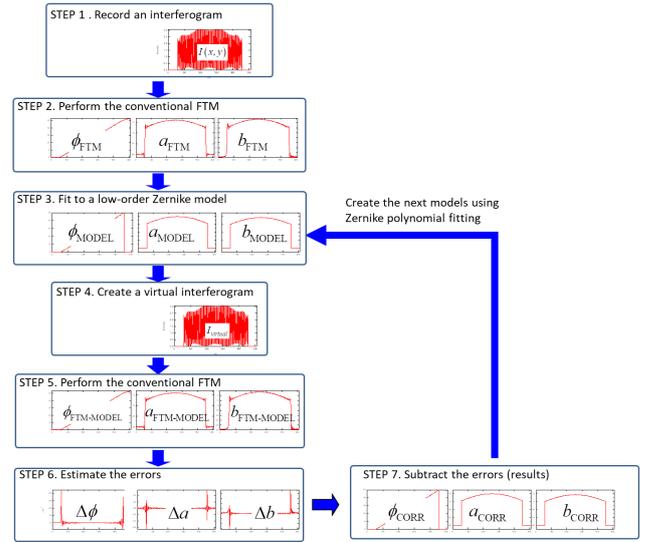


Fig. 1 反復 VIM のアルゴリズム

4 シミュレーション

シミュレーションにより反復 VIM の誤差と従来の FTM の誤差とを比較する。512×512 の画像の中心に直径 460 pix の円形領域に干渉縞があるとす。このシミュレーションで使用する干渉縞を式で表すと

$$\begin{aligned} I(x, y) &= a(x, y) \\ &\quad + b(x, y) \cos(2\pi(f_{cx}x + f_{cy}y) + \phi_M(x, y)) \end{aligned}$$

である。ここで、座標 x, y は、円領域の端で 1 となるように正規化する。DC 成分と干渉縞のエンベロープをそれぞれ

$$\begin{aligned} a(x, y) &= \exp[-(x^2 + y^2)/0.9^2] \\ b(x, y) &= 0.5 \exp[-(x^2 + y^2)/0.9^2] \end{aligned}$$

とする。また、位相分布 $\phi_M(x, y)$ はニコンで所有する実際の干渉計で測定されたあるレンズ面のデータを使用した (この位相分布 ϕ_M の RMS は 0.0068 rad. Fig. 2 (a) を参照)。FTM を用いた位相計算にはキャリア縞が必要であるため、傾斜した位相を $\phi_M(x, y)$ に追加しており、そのキャリア周波数は $f_{cx} = f_{cy} = 1/8 \text{ pix}^{-1}$ とした。

FTM 計算で 0 次、+1 次を切り出すフィルタは矩形窓で、

$$w(f_x, f_y) = \begin{cases} 1 & \sqrt{(f_x - f_{0x})^2 + (f_y - f_{0y})^2} < f_r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

とした。ここで (f_x, f_y) は空間周波数、 (f_{0x}, f_{0y}) と f_r はそれぞれフィルタの中心の空間周波数とその半径で +1 次および 0 次のフィルタの半径は $1/16\text{pix}^{-1}$ とした。フィッティングの時に使用する Zernike 多項式は $\{Z_n^l(\rho, \theta) | n \leq 8, l \leq n, (n-l) \text{ is even}\}$ で表されるものを使う。(ρ と θ は極座標のパラメータで $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$ と変換される)。

結果を Fig. 2 と Fig. 3 に示す。Fig. 3 は Fig. 2 の断面。Fig. 3 には従来技術である Gerchberg-Saxton 反復法の結果もプロットしている。従来の FTM の結果に現れている大きなリップル状の誤差は、Gerchberg-Saxton 反復法と反復 VIM の結果には見られない。Gerchberg-Saxton 反復法と同様に反復インターフェログラム法でリップル誤差を軽減することができていることを示している。FTM で得られる位相分布は、+1 次の窓でローパスフィルタ処理されたデータであるため、与えた位相分布よりボケた分布になる。そこで、Fig. 3 では位相解析の結果を与えた位相 $\phi_M(x, y)$ に $1/16\text{pix}^{-1}$ のローパスをかけたものと比較している。ローパスフィルタを掛けた $\phi_M(x, y)$ の RMS は 0.0035 rad. である。

さまざまな測定条件下での反復 VIM の収束の様子を

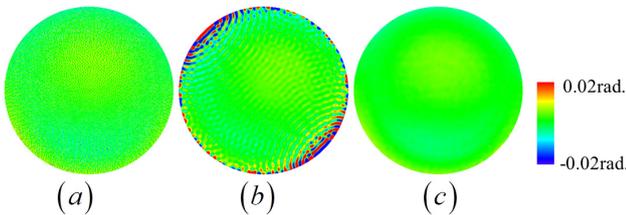


Fig. 2 シミュレーション結果 (a) 与えた位相分布 $\phi_0(x, y) = \phi_M(x, y)$. (b) 従来の FTM での位相復元結果. 面内 RMS は 0.041 rad. (c) 反復バーチャルインターフェログラム法での位相復元結果. 面内 RMS は 0.0035 rad.

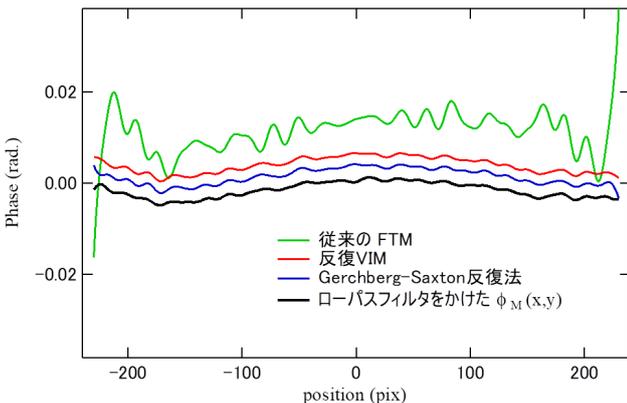


Fig. 3 Fig. 2 の断面. Gerchberg-Saxton 反復法の結果も加えている。

Fig. 4 にプロットした。横軸は反復計算回数、縦軸はその時の誤差 RMS で、従来の FTM の結果が 0 回目の値と一致する。Fig. 4 (a) では与える位相 $\phi_0(x, y)$ の大きさの依存性を示す。 $\phi_M(x, y)$ にいくつかの比例係数をかけることで $\phi_0(x, y)$ の大きさを変化させた。Fig. 4 (b) は、細かい形状を含む $\phi_M(x, y)$ の量を一定にして、それにモデル関数 $\{Z_n^l(\rho, \theta) | n \leq 8, l \leq n, (n-l) \text{ is even}\}$ に含まれる緩やかな成分 $Z_5^3(\rho, \theta) = \sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3)\cos 3\theta$ の 0 ~ 2 の比例倍を足し合わせた位相を $\phi_0(x, y)$ として与えたときの結果である。全ての場合に於いて繰り返し回数 20 回以内に収束している。反復 VIM が、数百回以上の繰り返しが必要な Gerchberg-Saxton 反復法に比べてとても少ない回数で収束するアルゴリズムであることが分かる。Fig. 4 (a) をみると、 $\phi_0(x, y) = \phi_M(x, y)$ の場合、反復 VIM を用いることで、誤差 RMS を従来の FTM の場合に比べて約 1/100 まで減らすことができ、 $\phi_0(x, y) = 0$ の場合は更に、1/6000 まで小さくすることができている。

Fig. 4 (a) をみると、反復計算で収束した後の誤差が $\phi_M(x, y)$ の量によって変化しているが、Fig. 4 (b) をみると、 $Z_5^3(\rho, \theta)$ の量に関係なく一定の誤差に収束している。 $\phi_M(x, y)$ にはモデル関数 $\{Z_n^l(\rho, \theta) | n \leq 8, l \leq n, (n-l) \text{ is even}\}$ で表現できない成分が入っていることを考えると、位相 $\phi_0(x, y)$ の中の反復 VIM の計算で使用するモデル関数

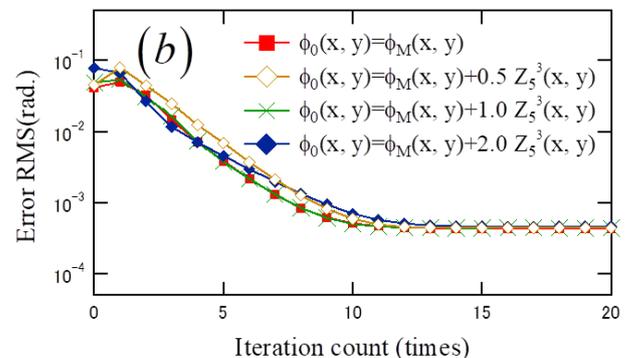
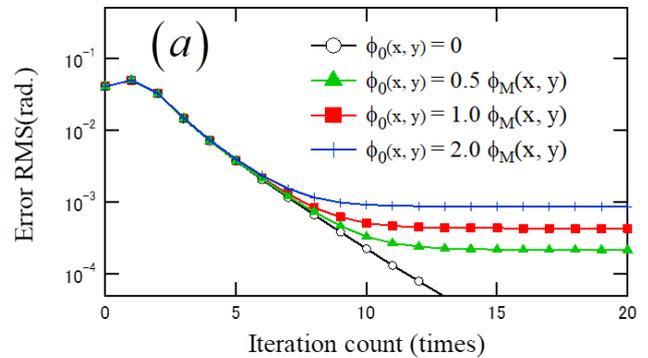


Fig. 4 与える位相 $\phi_0(x, y)$ をいろいろ変えたときの反復 VIM の収束の様子。(a) $\phi_M(x, y)$ に 0 ~ 2 を掛けたものを $\phi_0(x, y)$ とした時の結果。与えた位相の RMS は 0 から 2×0.0068 rad. である。(b) $\phi_0(x, y)$ として $\phi_M(x, y)$ に、0 ~ 2 の比例係数を掛けた $Z_5^3(\rho, \theta)$ を加えた結果。

$\{Z_n^l(\rho, \theta) | n \leq 8, l \leq n, (n-l) \text{ is even}\}$ で表せない成分が反復計算後の誤差に効くと考えられる。

5 実験

社内のフィゾー干渉計で平面の表面を計測した際に取得した縞画像を用いて、実験的にバーチャルインターフェログラム法の有効性を確認する。用いるデータは直径 460 pix の円形領域に干渉縞が存在する 512×512 の 2 次元データで、被検面に対してフィゾー面を傾けることによりキャリア周波数 f_x と f_y が約 $1/4 \text{ pix}^{-1}$ となるようにチルト縞を調整してある。この時の干渉縞は概ね斜め 45 度の右下がりの縞になっている。FTM の +1 次と 0 次のパスウィンドウ $w(f_x, f_y)$ (式 (8) を参照) の半径は $1/6 \text{ pix}^{-1}$ 。反復アルゴリズムのステップ 2 でフィッティングに使用する Zernike 多項式はシミュレーションの時と同じく $\{Z_n^l(\rho, \theta) | n \leq 8, l \leq n, (n-l) \text{ is even}\}$ を用いる。

この反復 VIM の結果を Fig. 5-7 に示す。1 枚の縞画像か

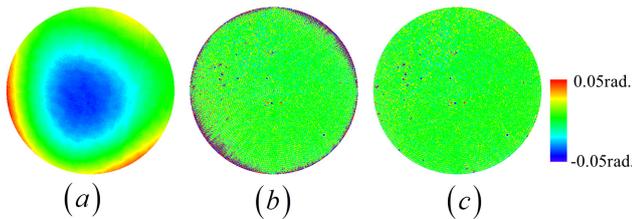


Fig. 5 実験結果. (a) 反復 VIM で計算した位相 (RMS=0.30 rad.). (b) 従来の FTM の結果と PSI の結果の差分 (RMS=0.036 rad.). (c) 反復 VIM の結果と PSI の結果の差 (RMS=0.006 rad.).

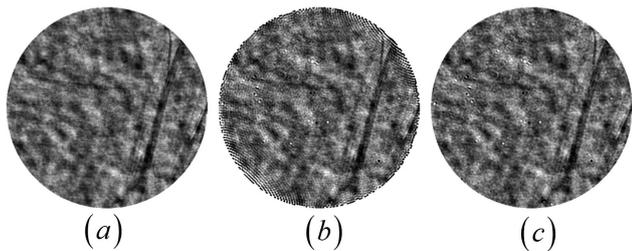


Fig. 6 Fig. 5 の位相分布の x-slope. (a) PSI (b) 従来の FTM (c) 反復 VIM.

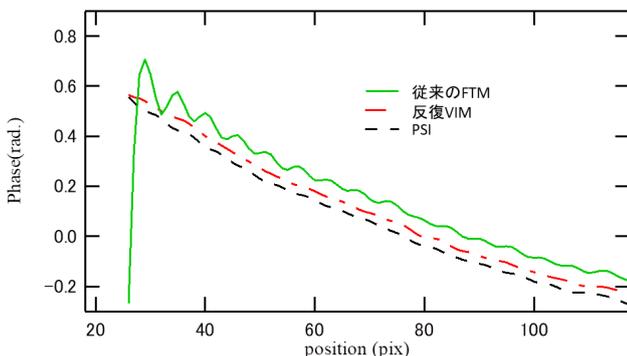


Fig. 7 実験の干渉縞を解析した位相分布のエッジ部分の断面。

ら反復 VIM によって求めた位相分布が Fig. 5 (a) である。約 0.1 rad. の大きさの緩やかな成分が存在していることが分かる。実験の場合、被検物の形状の本当の正解が分からないため本当の誤差を求めることはできない。ここでは位相シフト法 (PSI) によって取得された位相を基準に誤差を見積もることにする (Fig. 5 (b), (c))。細かい構造が良く見えるように位相分布の X-slope が Fig. 6 である。グレースケールで表示してある。Fig. 5 (b), Fig. 6 (b), Fig. 7 を見ると、予想どおり従来の FTM の結果にはエッジにリップル状の誤差が存在していることが確認できる。一方、反復 VIM の結果ではこのリップル誤差が見えない (Fig. 5 (c), Fig. 6 (c))。反復 VIM の結果では細かい凸凹の形状を計測しつつエッジでのリップル誤差を抑えることができている。

6 まとめ

従来のフーリエ変換法の計算過程で現れる固有の誤差を、バーチャルインターフェログラムを用いることで軽減する VIM という手法を提案した。シミュレーションと実験により、VIM は従来の FTM に固有のリップル誤差を低減するための効果的な方法であり、フィッティング成分では表すことができない詳細な形状情報をリップル誤差なしに取得できることを示した。この手法により、位相シフト干渉法での測定が難しい振動や乱気流計測での応用が期待できる。

引用文献

- 1) K. Creath: "Phase-measurement interferometry techniques", in *Progress in Optics*, XXVI, E. Wolf, Ed., pp. 349-393, (Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988).
- 2) M. Takeda, H. Ina and S. Kobayashi: "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry", *J. Opt. Soc. Am.*, **72** (1982), 156-160.
- 3) H. Schreiber and J. H. Bruning: "Phase shifting interferometry", in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Ed., 3rd ed., pp. 564-568, (Wiley-Interscience, Hoboken, New Jersey, 2007).
- 4) D. J. Bone, H.-A. Bachor and R. J. Sandeman: "Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform", *Appl. Opt.*, **25** (1986), 1653-1660.
- 5) M. Kujawinska, A. Spik and J. Wojciak: "Fringe pattern analysis using Fourier transform techniques", *Proc. SPIE* 1121 (1989), 130-135.
- 6) C. Roddier and F. Roddier: "Interferogram analysis using Fourier transform techniques", *Appl. Opt.*, **26** (1987), 1668-1673.
- 7) V. N. Mahajan: "Zernike polynomials and wavefront fitting", in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Ed., 3rd ed., pp. 498-

546, (Wiley-Interscience, Hoboken, New Jersey, 2007).
8) H. Toba, Z. Liu, S. Udagawa, N. Fujiwara, S. Nakayama, T. Gemma and M. Takeda: "Phase analysis error reduction in

the Fourier transform method using a virtual interferogram", *Optical Engineering*, **58** (2019), 084103.

鳥羽英光
Hidemitsu TOBA
研究開発本部
光技術研究所
Optical Research Laboratory
Research & Development Division

劉 志強
Zhiqiang LIU
研究開発本部
光技術研究所
Optical Research Laboratory
Research & Development Division

宇田川里織
Saori UDAGAWA
研究開発本部
光技術研究所
Optical Research Laboratory
Research & Development Division

藤原直樹
Naoki FUJIWARA
生産本部
設備技術開発部
Equipment Engineering Department
Production Technology Division

中山 繁
Shigeru NAKAYAMA
研究開発本部
光技術研究所
Optical Research Laboratory
Research & Development Division

玄間隆志
Takeshi GEMMA
光学本部
開発戦略部
Strategic Technology Development Department
Optical Engineering Division

武田光夫
Mitsuo TAKEDA
宇都宮大学
Utsunomiya University